

MODELAÇÃO DE COMPORTAMENTOS RÍTMICOS COM MISTURAS DE GAUSSIANAS

João Oliveira, João Gouveia e Jorge Martins

IDMEC, Instituto Superior Técnico, Portugal

joao.m.oliveira@tecnico.ulisboa.pt; joao.g.gouveia@tecnico.ulisboa.pt; jorgemartins@tecnico.ulisboa.pt

PALAVRAS-CHAVE: Biomecânica, Modelação, Movimentos Rítmicos

1 INTRODUÇÃO

Movimentos rítmicos são uma componente fundamental de locomoção e sistemas robóticos [1]. Modelar estes comportamentos, capturando a sua natureza autónoma não-linear permite prever e desenhar leis de controlo de forma robusta.

2 GENERALIDADES

Este artigo descreve como extrair comportamentos rítmicos usando modelos autónomos, baseados em Misturas de Gaussianas (GMM). A vantagem inerente destes modelos baseia-se na sua robustez a estimar o oscilador não-linear desconhecido usando observações parciais do mesmo.

2.1 MODELAÇÃO COM GMMs

Dado um conjunto de observações h de um oscilador, caracterizado pela sua posição \mathbf{x} e velocidade $\dot{\mathbf{x}}$, $h = \{\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i\}_{i=1\dots N}$, é possível estimar a distribuição estatística conjunta de observações de \mathbf{x} e $\dot{\mathbf{x}}$, representada por $P(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ através de uma GMM, i.e., $P(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = \sum_{k=1}^N \pi_k P_k(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ [2]. Para inferir qual o valor mais provável $\dot{\mathbf{x}}$ para um dado \mathbf{x} é um possível aproximar $P(\dot{\mathbf{x}}|\mathbf{x})$ com uma única Gaussiana [2], resultando para o seu valor esperado

$$E(\dot{\mathbf{x}}|\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N h_k(\mathbf{x})(\mathbf{A}_k \mathbf{x} + \mathbf{b}_k). \quad (1)$$

Esta relação é não linear devido ao termo $h_k(\mathbf{x})$, conhecido como função de ativação. Tipicamente este sistema é interpretado como um gerador de trajetórias autónomo, e.g., uma função autónoma do tipo $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$ [3].

3 MODELAÇÃO CONSTRANGIDA

O sistema autónomo estimado $\dot{\mathbf{x}} = \sum_{k=1}^N h_k(\mathbf{x})(\mathbf{A}_k \mathbf{x} + \mathbf{b}_k)$, não possui garantias em relação à sua evolução temporal. Para colmatar este problema, várias estratégias de otimização constrangida foram propostas na literatura de forma a garantir que a sistema estimado exibe um comportamento desejado, e.g., estável. Em [3] e [4] são propostos os constrangimentos que garantem que o modelo é globalmente assintoticamente estável.

No entanto na literatura ainda não foram propostas condições suficientes que garantem que o modelo exibe comportamentos periódicos usando como base regressões de Misturas de Gaussianas.

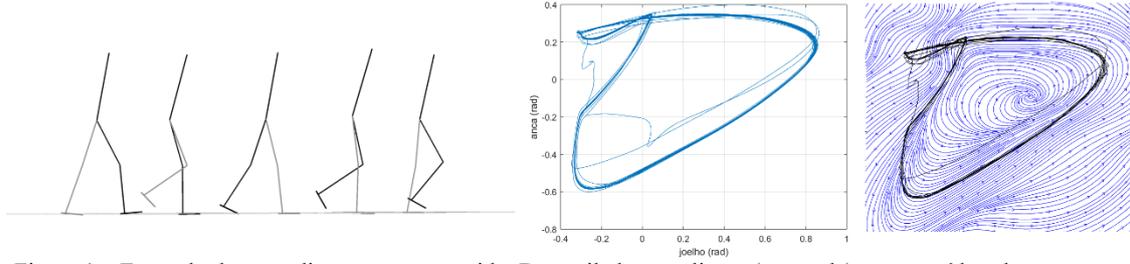


Figura 1 – Exemplo de aprendizagem constrangida. Do oscilador não-linear (esquerda) são extraídas observações (centro). Resolvendo um problema de otimização obtemos um oscilador não-linear (direita) que aproxima o original.

4 OTIMIZAÇÃO

Dado um conjunto de observações do oscilador rítmico a função de custo C é dada por

$$C = \sum_{i=1}^N (\dot{\mathbf{x}}_i - f(\mathbf{x}_i))^T (\dot{\mathbf{x}}_i - f(\mathbf{x}_i)) \quad (2)$$

onde o sistema $f(\mathbf{x})$ contém um ciclo limite estável se ambas a condições (3) e (4) forem verdadeiras

$$\mathbf{R}\mathbf{A}_k > \mathbf{0} \quad \forall k = 1, \dots, K \quad \vee \quad \mathbf{R}\mathbf{A}_k < \mathbf{0} \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K h_k(\mathbf{0}) (\mathbf{A}_k + \mathbf{A}_k^T) > \mathbf{0} \quad (4)$$

onde \mathbf{R} é uma matriz de rotação bi-dimensional.

Este problema de otimização é resolvido com um otimizador quadrático, e.g., PENLAB, que estima $\{\mathbf{A}_k\}_{k=1, \dots, K}$. A figura 1 mostra um ciclo limite extraído do modelo de locomoção proposto em [5]. Esta estratégia de extração de movimentos rítmicos atinge erros substancialmente menores que as suas análogas na literatura.

5 CONCLUSÕES

Apresentamos uma estratégia de modelação que consegue capturar não-linearidades inerentes a sistemas oscilatórios, como a marcha humana. A estratégia é flexível, com várias vantagens: a) garantias em relação ao comportamento aprendido, b) capacidade de aproximar osciladores altamente não lineares.

AGRADECIMENTOS

Os autores reconhecem a FCT pelo seu financiamento através dos projetos LAETA Base Funding (DOI:10.54499/UIDB/50022/2020) e ReflexES (DOI:10.54499/2022.04834.PTDC). J. Oliveira (2020.07160.BD) e J. Gouveia (2021.06844.BD) reconhecem o apoio financeiro da FCT.

REFERÊNCIAS

- [1] R. M. Coelho, H. Hirai, J. Martins, and H. I. Krebs, “Biomarkers for rhythmic and discrete dynamic primitives in locomotion,” *Scientific Reports*, vol. 12, p. 20165, 11 202
- [2] S. Calinon, *Mixture Models for the Analysis, Edition, and Synthesis of Continuous Time Series*, pp. 39–57. 2020.
- [3] S. M. Khansari-Zadeh and A. Billard, “Learning stable nonlinear dynamical systems with gaussian mixture models,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 27, pp. 943–957, 10 2011.
- [4] K. Neumann and J. J. Steil, “Learning robot motions with stable dynamical systems under diffeomorphic transformations,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 70, pp. 1–15, 8 2015.
- [5] H. Geyer and H. Herr, “A muscle-reflex model that encodes principles of legged mechanics produces human walking dynamics and muscle activities,” *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 18, pp. 263–273, 6 2011